

Colle du 13/10 - Sujet 1
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Donner la définition de la tangente à une courbe et préciser son équation cartésienne en un point régulier.
2. Montrer que si a est une fonction continue sur I qui ne s'annule pas, alors l'ensemble des solutions sur I de $ay' + by = 0$ est $Vect(t \mapsto e^{\int A(t)})$ où A est une primitive de b/a sur I .

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $\forall x \in \mathbb{R}, (1 + x^2) y'(x) + y(x) = 2$.

Exercice 2. Soit Γ l'arc paramétré par $\begin{cases} x(t) = \frac{2t^3}{t^2-1} \\ y(t) = t+1 \end{cases}$.

1. Déterminer les points réguliers de Γ .
2. Etudier la nature du point de paramètre 0.
3. Déterminer le comportement de la courbe lorsque $t \rightarrow +\infty$ et $t \rightarrow -\infty$.
4. Déterminer une équation cartésienne du graphe Γ .
5. Tracer Γ .

Colle du 13/10 - Sujet 2
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Enoncer le théorème de Cauchy linéaire pour une équation différentielle d'ordre 2.
2. Montrer que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{E}$ est une fonction dérivable, la tangente au point d'abscisse a à la courbe représentative de f admet pour équation cartésienne $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Exercice 1. Soit $(\mathcal{C})$ la courbe d'équation $\begin{cases} x(t) = t^2 + 2/t \\ y(t) = t^2 + 1/t^2 \end{cases}$.

1. Etudier les branches infinies et les points singuliers.
2. Tracer $(\mathcal{C})$.
3. Déterminer le point double.

Exercice 2. Résoudre $(E) : (1 - x^2) y'' - xy' + y = 0$. On pourra poser $t = \arcsin(x)$.

Colle du 13/10 - Sujet 3
Courbes et équations différentielles

Question de cours

1. Exprimer les solutions d'une équation différentielle homogène, d'ordre 2 à coefficients constants.
2. Présenter de la méthode de la variation de la constante pour chercher une solution particulière à une EDL d'ordre 1.

Exercice 1. Résoudre l'équation différentielle $y'' - 3y' + 2y = (t + 1)e^{2t}$.

Exercice 2. Soit Γ la courbe d'équation $x(t) = 2t + t^2$ et $y(t) = 2t - \frac{1}{t^2}$.

1. Représenter Γ .
2. Déterminer les éventuels points doubles.